

8. Odrediti sva rešenja jednačine $x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx = 6$, ako su x, y i z celi brojevi.

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx = 6$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = 12$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + y^2 + 2yz + z^2 + x^2 + 2zx + z^2 = 12$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 = 12$$

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= 4 \\ (y+z)^2 &= 4 \\ (x+z)^2 &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x+y &= -2 \\ x+y &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y+z &= -2 \\ y+z &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x+z &= -2 \\ x+z &= 2\end{aligned}$$

$x+y$	$y+z$	$x+z$
-2	-2	-2
-2	-2	2
-2	2	-2
-2	2	2
2	-2	-2
2	-2	2
2	2	-2
2	2	2

Rešavanjem sistema jednačina postavljenih u ovoj tabeli dobijamo niz uređenih trojki kao moguća rešenja za ove jednačine.

$$\begin{aligned}x + y &= -2 \\y + z &= -2 \\x + z &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x + 2y + 2z &= -6 \\x + y + z &= -3 \\x + y &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z &= -1 \\x &= -1 \\y &= -1\end{aligned}$$

Ovo je prva uređena trojka $(x,y,z) = (-1,-1,-1)$. Ostala rešenja ostavljamo Vama.

www.naukamladima.com